Cemagref

Théorie de la viabilité appliquée aux ressources forestières

Jean-Philippe Terreaux

eau - territoires - développement durable

Séminaire ECOFOR
PARIS - 18 & 19 octobre 2006

Objectif et Plan de l'exposé

- **Objectif:**
  - Comment la théorie de la viabilité s'insère dans les autres méthodes de gestion des forêts

- **Plan**
  - Motivations
  - Optimisation statique
    - Première modélisation
  - Introduction des aspects dynamiques
    - Classification des différents critères
  - Résolution du problème d'optimisation
    - Propriétés, difficultés
  - Approche par la viabilité
    - Principes et résultats
  - Perspectives

Motivations : concepts

- **Recherche de durabilité**
  - Modification des demandes faites à la forêt:
    - Bois (énergie, gros bois, puis diamètres plus faibles, bois énergie à nouveau)
    - H_2O, CO_2
    - Economique + Social + Environnemental (ONF, loi d’orientation forestière de 2001)
    - Feader (2007-2013) + loi d’orientation forestière → politique contractuelle pour le non marchand

  évolution rapide
  vs
  dynamique lente des forêts
  →Effet de sillage ?

- **Définition standard de la durabilité:**
  - Rapport Bruntland, WCED (Commission Mondiale sur l’Environnement et le Développement), 1987

    « Le développement durable est un mode de développement qui répond aux besoins des générations présentes sans compromettre la capacité des générations futures à répondre aux leurs».
  - Norggard, 1988: dénonce l’imprécision d’un tel concept, l’acception des mots étant différente pour chacun.
  - <u>Deux concepts:</u>
    - Présent vs futur: prise en compte du temps; cf. concept d’actualisation: $\delta \leq 1$
    - « Besoins »: concept d’utilité en économie; cf. fonction U croissante et concave

Motivations: concepts

- **Aspects spécifiques à la durabilité:**
  - Durabilité forte: préserver les ressources naturelles, coûte que coûte
    - Ex: préoccupations liées à la biodiversité
  - Durabilité faible: <u>A la marge</u>, une partie des ressources peut être exploitée, ce qui sera source de croissance économique. Une substitution capital/ressource est alors possible.
  - Attention au fait que le concept reste flou entre durabilité forte et durabilité faible: il faut bien définir ce que l’on va transmettre au générations futures.
    - Si en perturbant un écosystème on est capable de transmettre aux générations futures un développement économique plus harmonieux (courbe de Kutznet) ou un plus grand ensemble d’ecosystèmes intacts, il n’es t pas sûr qu’il ne faille pas le faire (McKillop, 1994).
  - Généralisation: stationnarité (soutenabilité) forte/faible.

Motivations: des concepts à la gestion

- **Critères de durabilité Helsinki: 35 indicateurs regroupés en 6 grands critères.**
- **Certification forestière.**

→n’indiquent pas comment gérer une forêt

- **Complexité du problème et difficultés de lĕ valuation dŭ ne «bonne » gestion.**

  cf RFF n° spécial 2005 par G. Buttoud et al.: aspects écosystèmes, paysages, forêts de montagne…

- **Ici on se limite dans cette approche à la production de bois:**
  - Premier modèle
  - Effet de sillage

Les six critères d’Helsinki

C1 : conservation et amélioration des ressources forestières et de leur contribution aux cycles mondiaux du carbone ;
C2 : maintien de la santé et de la vitalité des écosystèmes forestiers ;
C3 : maintien et encouragement des fonctions de production des forêts (bois et hors bois) ;
C4 : maintien, conservation et amélioration appropriée de la diversité biologique dans les écosystèmes forestiers ;
C5 : maintien et amélioration appropriée des fonctions de protection dans la gestion des forêts (vis-à-vis du sol et de l’eau) ;
C6 : maintien d’autres bénéfices et conditions socio-économiques.

Bilan patrimonial des forêts domaniales, ONF, 2006

Optimisation statique

- **Optimisation statique:** $\underset{u \in D}{Max}\, f(u)$

- **Le problème le plus simple: modèle de production de bois.**

  Un seul aspect de la durabilité: recherche de la stationnarité des récoltes.

- **Un paradoxe peut apparaître si toutes les hypothèses ne sont pas explicitées:**
  - Supposons A et B gérant chacun une forêt

  de surface S
  - Chacun cherche à avoir chaque année le revenu le plus grand possible.

Optimisation statique

- **A:** $$\underset{t}{Max}\left[r_t\left(e^{-it}+e^{-2it}+\dots\right)\right]=\underset{t}{Max}\left[r_t\left(\frac{1}{e^{it}-1}\right)\right]$$ de solution t_A^*

  Régime stationnaire:

  - surface récoltée chaque année: $\frac{S}{t_A^*}$

  - revenu annuel: $\frac{S}{t_A^*}r_{t_A^*}$

- **B:** $$\underset{t}{Max}\left[\left(\frac{S}{t}\right)r_t\right]$$ de solution t_B^* $\qquad t_B^* > t_A^*$

Le revenu par unité de surface récoltée est plus grand pour B que pour A
La surface récoltée chaque année est plus grande pour A que pour B
Au total le revenu annuel est plus grand pour B que pour A

Cf. Terreaux, 1996, Cahiers dEcon omie et Sociologie Rurales

Optimisation statique

- A et B: hypothèses différentes et objectifs différents. Pour A le lissage des revenu s'obtient en partie à partir du marché financier. Pour B il est obtenu directement à partir de la forêt.

- Pour A, on suppose implicitement l'existence d'un marché financier, et on tient compte de l'immobilisation des capitaux. Mais alors il n'y a pas d'intérêt à équilibrer les classes d'âge (<u>soutenabilité faible</u>).

- Pour B, on s'impose une contrainte de régularité des récoltes (<u>soutenabilité forte</u>). La patrimoine est de moindre valeur.

- Cela permet de calculer le coût de la contrainte de stationnarité (FEADER, contractualisation, PSG)… .

→Difficulté de passer de concepts à des critères opérationnels.

→Recherche d'une solution intermédiaire (optimisation dynamique, viabilité).

→Nécessité de bien classer les critères se trouvant dans la littérature, en fonction des hypothèses sous-jacentes

Prise en compte du temps: différents critères

- **Les différents critères:**

  Cf. Peyron J.L., Terreaux J.P., Calvet P. Guo B., 1998

  - On considère uniquement la production de bois

  - <u>Critères d'ac cumulation</u>
    - La forêt est un stock, les terrains à boiser sont en quantité non limitée, la production est importante indépendamment du temps nécessaire à son obtention. On maximise un capital.
    - Pas de coût d’opportunité du foncier ni des capitaux (investissements)
    - Exemple: maximisation du bénéfice total (R_n-D_n)
    - Commentaire:

      $\rightarrow$ hypothèses peu réalistes

Prise en compte du temps: différents critères

- <u>Critères de productivité</u>:

  - Prise en compte de la rareté du foncier. On maximise un flux annuel moyen.
  - Réaumur (1721), Duhamel du Monceau (1764), Buffon (1774), Hartig (1796)
  - Exemples:
    - Maximisation du volume de bois produit par les forêts
    - Maximisation du bénéfice annuel moyen
    - Maximisation du carbone capté

  - Commentaire: Pas de prise en compte du coût dǒ pportunité des capitaux $\rightarrow$ peu réaliste dans de nombreuses circonstances

Prise en compte du temps: différents critères

- **<u>Critères de rentabilité</u>**

  - Prise en compte de la rareté du foncier et des capitaux.
  - Critère du bénéfice actualisé sur une infinité de révolutions; Faustmann (1849)[valeur d’u ne parcelle boisée], Pressler (1860) [optimisation des révolutions], Ohlin (1921), Hartman (1976) [extension] …
  - Fondement de l’éc onomie financière (Irving Fisher, 1906, The nature of income and capital)
  - Commentaire: aspects dynamiques des interactions entre parcelles non prises en compte (concavité de la fonction d’u tilité). Durabilité?

Résolution du problème dò ptimisation

Le modèle

- Optimisation dynamique

$x(t) = (x_{n+1}(t), x_n(t), \ldots \; x_1(t))'$ $\quad$ n = durée des retards

$$x(t+1) = Ax(t) + Be(t)$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Contrainte d'exploitation: $0 \leq e(t) \leq CAx(t)$

Résolution du problème d’optimisation

- **Objectif:** $$\underset{e(t)}{\mathrm{Max}} \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t U(e(t))$$

- **N.B.: Les deux concepts essentiels à la durabilité:**
  - U = fonction d’utilité, croissante, concave
  - δ (= e^{-r}) : coefficient d’actualisation

- **A quelles conditions, sur U et δ a-t-on une trajectoire soutenable (convergence vers la stationnarité, visant un effet de ‘pillage’), une trajectoire gloutonne (sans préoccupation de durabilité) pour toute condition initiale ?**

- **Problème de la malédiction de la dimension**
  - Supposons n = 100 (durée des révolutions) et surface S = 40 unités.
  - Alors $$card\ K = \frac{(n-1-S)!}{S!(n-1)!}$$

soit 10^{40} états possibles; ce qui rend Bellman (nécessitant de faire l’inventaire d’une grande partie des transitions possibles) difficile d’emploi!

- **Analyse des propriétés du système**

Résolution du problème dò ptimisation

Pour toute fonction d'utilité U croissante et concave,

- **On démontre par exemple que la politique optimale est soutenable (convergence vers sationnarité) pour toute condition initiale si et seulement si:**

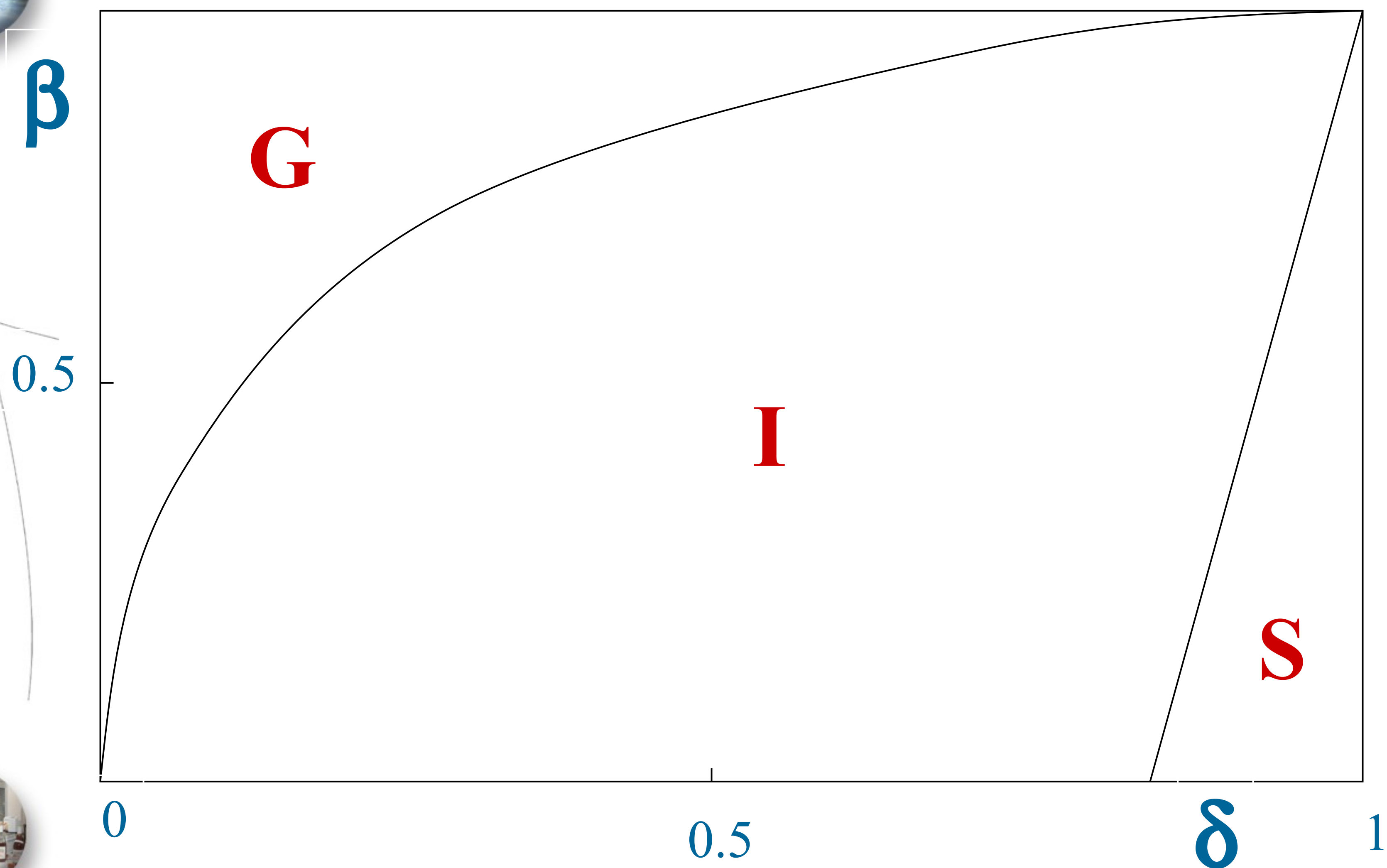
$$\delta > \left(\frac{U(\tilde{s}+1)-U(\tilde{s})}{U(\tilde{s})-U(\tilde{s}-1)}\right)^{1/(n-2)}$$

- **La politique optimale est gloutonne pour toute condition initiale si et seulement si:**

$$U(S)-U(S-1) \geq \delta(U(1)-U(0))$$

Rapaport A., S. Sraidi, J.P. Terreaux, 2003, Optimality of greedy and sustainable policies in the management of renewable resources, *Optimal Control Applications and Methods*, 24, 1, 23-44.

Résolution du problème dð ptimisation

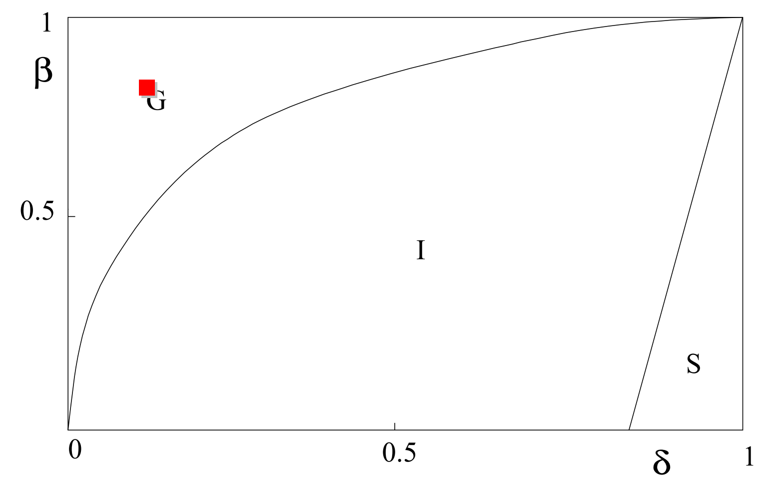


Résolution du problème dò ptimisation

Exemple 1: solution gloutonne

$\beta = 0.8$ et $\delta = 0.2$

temps	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_1(t)$	8.0	1.0	0.0	8.0	1.0	0.0	8.0	1.0	0.0	8.0	1.0
$x_2(t)$	0.0	8.0	1.0	0.0	8.0	1.0	0.0	8.0	1.0	0.0	8.0
$x_3(t)$	1.0	0.0	8.0	1.0	0.0	8.0	1.0	0.0	8.0	1.0	0.0
$x_4(t)$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$e(t)$	1.0	0.0	8.0	1.0	0.0	8.0	1.0	0.0	8.0	1.0	0.0

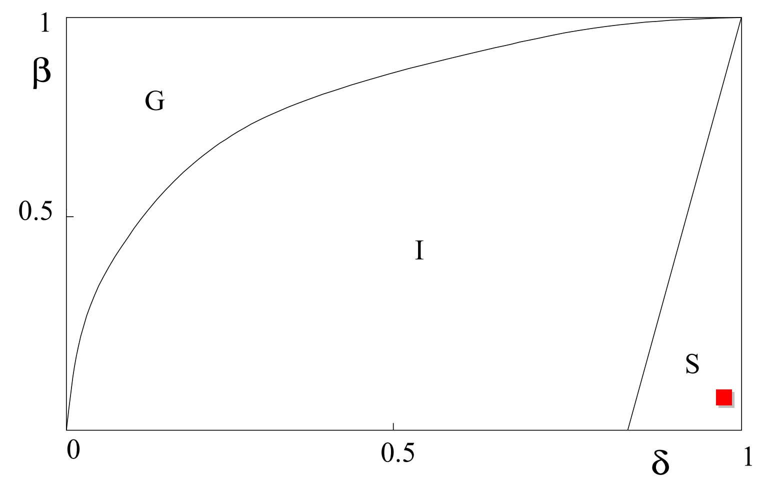


Résolution du problème dò ptimisation

Exemple 2: solution soutenable

$\beta = 0.1$ et $\delta = 0.96$

temps	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_1(t)$	8.0	1.0	0.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0
$x_2(t)$	0.0	8.0	1.0	0.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0
$x_3(t)$	1.0	0.0	8.0	1.0	0.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0
$x_4(t)$	0.0	0.0	0.0	5.0	3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$e(t)$	1.0	0.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0

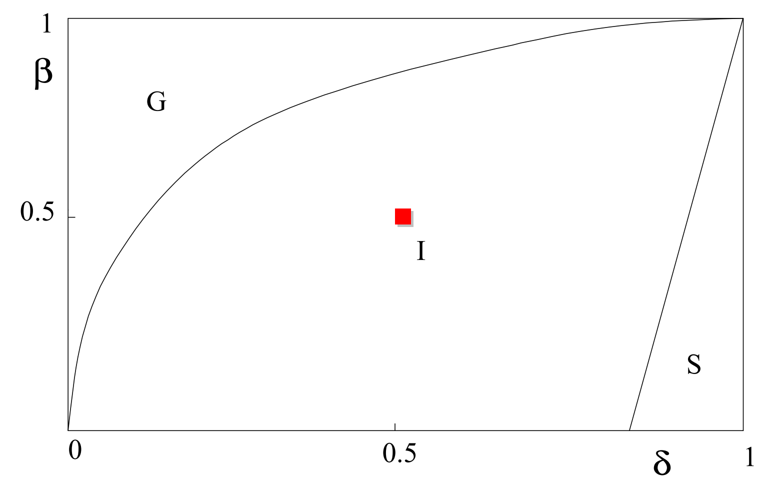


Résolution du problème dỏ ptimisation

$\beta = 0.5$ et $\delta = 0.5$

temps	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_1(t)$	8.0	1.0	0.0	6.0	2.0	1.0	6.0	2.0	1.0	6.0	2.0
$x_2(t)$	0.0	8.0	1.0	0.0	6.0	2.0	1.0	6.0	2.0	1.0	6.0
$x_3(t)$	1.0	0.0	8.0	1.0	0.0	6.0	2.0	1.0	6.0	2.0	1.0
$x_4(t)$	0.0	0.0	0.0	2.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$e(t)$	1.0	0.0	6.0	2.0	1.0	6.0	2.0	1.0	6.0	2.0	1.0

Exemple 3: Ici la soutenabilité dépend des conditions initiales



Approche par la viabilité

- **Optimisation statique**
  - Accumulation
  - Productivité
  - Rentabilité

$$\underset{u \in D}{Max}\, f(u)$$

- **Optimisation dynamique**
  - Trajectoire optimale

$$\underset{u_t \in D}{Max} \int_0^{\infty} e^{-rt} f(x_t, u_t)\,dt$$

$$avec \quad \dot{x}_t = u_t$$

→ Critique des modèles d'optimisation:

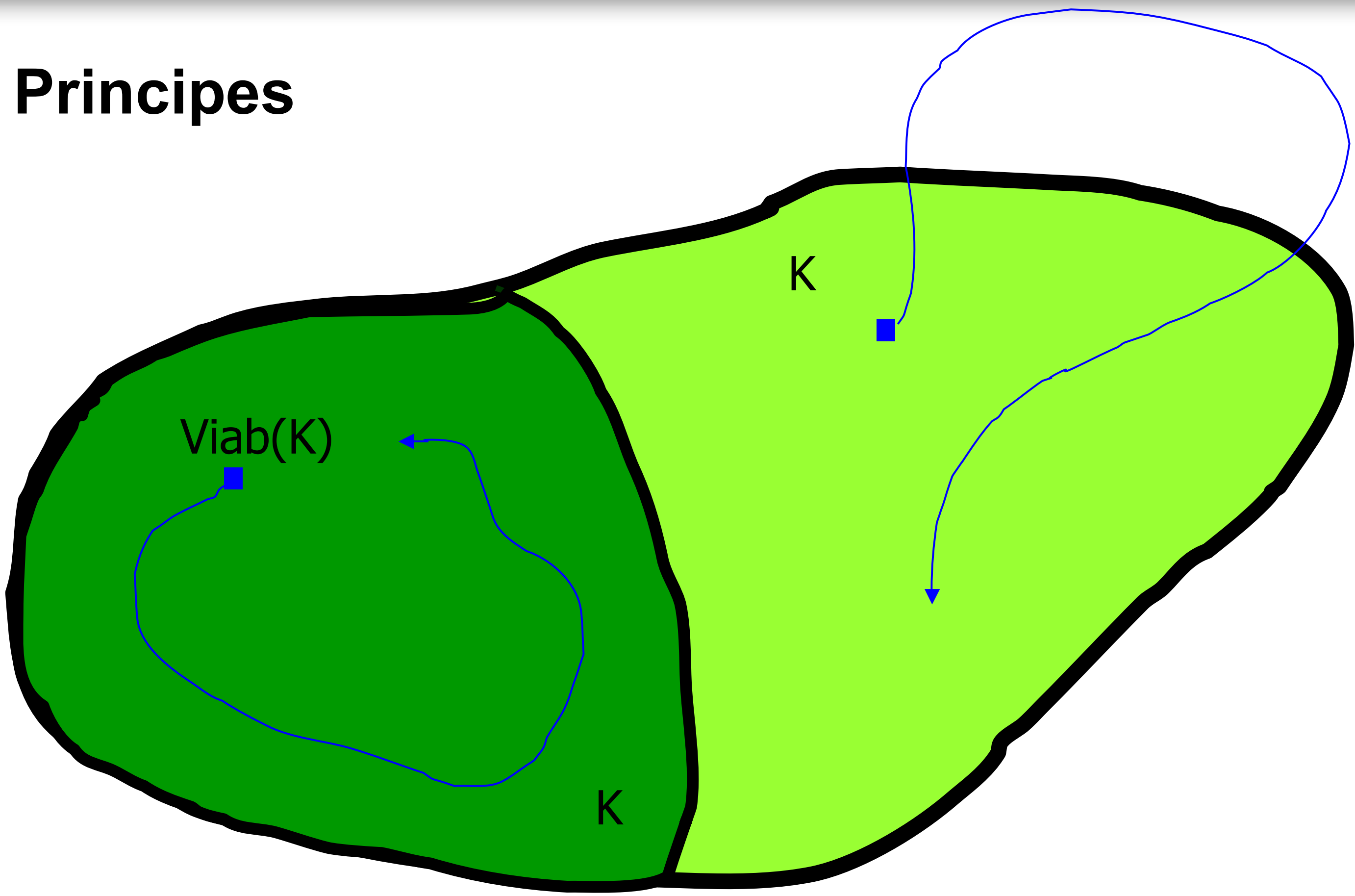
- Une seule trajectoire optimale
- Résultat d'un modèle: on oublie tout ce qui n'est pas dans le modèle, mais qui peut faire dévier de la trajectoire optimale

- **Viabilité**
  - On s'attache à ce que le système reste dans un ensemble prédéfini.

  Exemples:
  - éviter de se retrouver dans une situation dangereuse (notion de risque, d'irréversibilité, de temps de crise)
  - Préserver la diversité biologique
  - Equité intergénérationnelle

Approche par la viabilité

- **Principes**

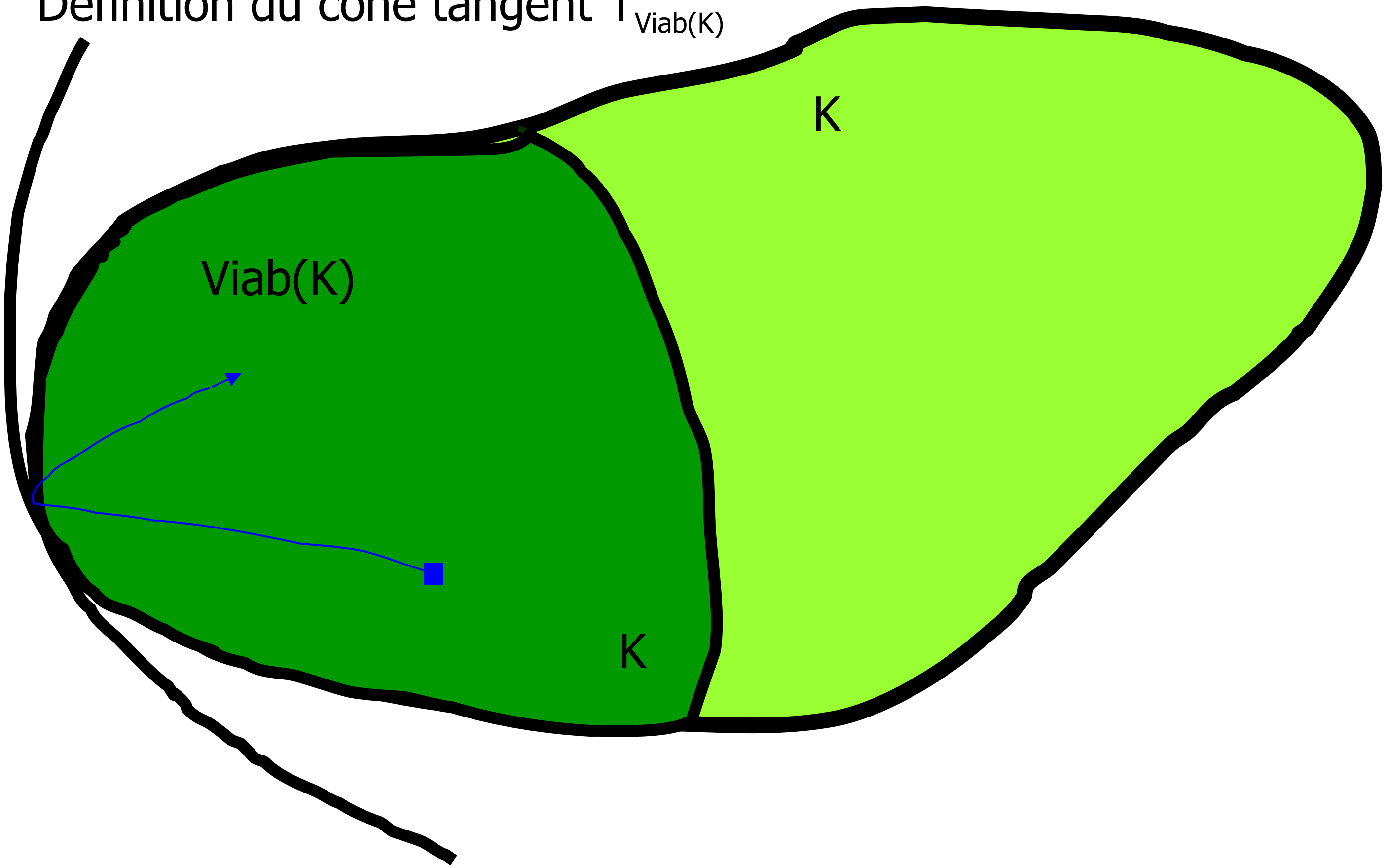


Il existe - des descriptions analytiques de Viab(K)
- des algorithmes pour calculer Viab(K)

Approche par la viabilité

Régulations viables:

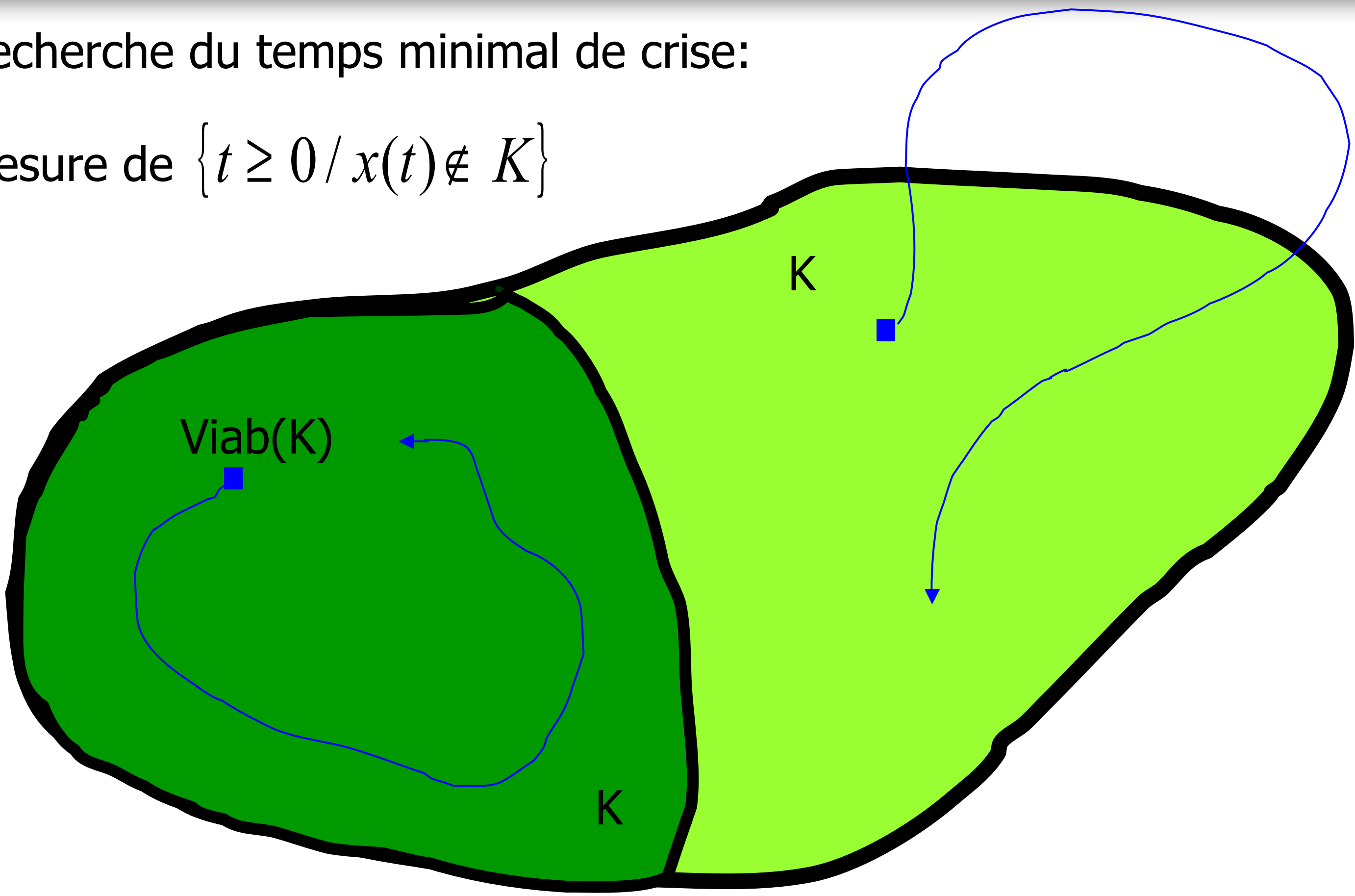
Définition du cône tangent $T_{Viab(K)}$



Approche par la viabilité

Recherche du temps minimal de crise:

Mesure de $\{t \geq 0 / x(t) \notin K\}$



On peut rechercher à se placer dans un état conduisant à un temps minimal de crise, ou encore, pour un état donné, les contrôles conduisant à un temps minimal de crise

Approche par la viabilité

Dynamique:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bh(t)$$

avec $$A = \begin{bmatrix} 1-\alpha_n & 1-\alpha_{n-1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\alpha_{n-2} & \ldots & 0 & 0 \\ & & & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 1-\alpha_1 \\ \beta_n & \beta_{n-1} & \beta_{n-2} & \cdots & \beta_2 & \beta_1 \end{bmatrix}$$

$$h(t) \geq \underline{h}, \ \forall t \geq 0$$

Contrainte d'exploitation: $0 \leq h(t) \leq CAx(t)$

Rapaport A., J.P. Terreaux, Doyen L., 2006, Viability analysis for the sustainable management of renewable resources, *Mathematical and Computer Modelling*, 43, 466-484.

Approche par la viabilité

Assumption A1. The matrix $A = [a_{i,j}]$ is such that

$$a_{i,j} \geq 0, \quad \forall i, j \quad \text{and} \quad \sum^{n} a_{i,j} = 1, \quad \forall j \ .$$

$$T = \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ & \ddots & \\ 1 & & 0 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} .$$

Assumption A2. The matrix A is such that :

i. The matrix $\mathcal{O}$ is full rank,

ii. The vector $\mathbb{1}'\mathcal{O}^{-1}$ is non-negative,

iii. The vector $\mathcal{O}AB$ is non-positive,

Assumption A3. The matrix A is such that

i. $CA^n = CA^{n-1}$,

ii. $CA^{n-1}B = 0$,

iii. $\mathcal{O}^{-1}\mathbb{1}'$ and $\mathcal{O}^{-1}T$ have non-negative elements.

Approche par la viabilité

Soit $$\underline{h}^* = \frac{S}{\mathbb{1}'\mathcal{O}^{-1}(\mathbb{1} - T\mathcal{O}AB)}$$

Si A1+A2+A3,
alors $\underline{h} \leq \underline{h}^*$ est équivalent à noyau de viabilité associé à $\underline{h}$ est non vide

- **Niveau de récolte maximal soutenable:**

$$h_M(x) = \max_{h \leq CAx} \left\{ h \mid \mathcal{O}ABh \geq (\mathbb{1} - T\mathcal{O}AB)\underline{h} - \mathcal{O}A^2x \right\},$$

- **Convergence asymptotique des trajectoires du noyau de viabilité vers l'état stationnaire:**

$$x^s(\underline{h}) = \mathcal{O}^{-1}\left(\frac{S + \mathbb{1}'\mathcal{O}^{-1}T\mathcal{O}B\underline{h}}{\mathbb{1}'\mathcal{O}^{-1}\mathbb{1}}\mathbb{1} - T\mathcal{O}B\underline{h} \right)$$

Approche par la viabilité

- **Exemple 1:**

a/ n = 5, S = 20, α =0:

<u>h*</u> = 20/4 = 5

soit l'état initial x_0 = [2 3 5 2 8]'

$\underline{h}^{max}(x_0) = 4$

b/ Idem avec α = 0.07 (perte de 7% de la ressource par an)

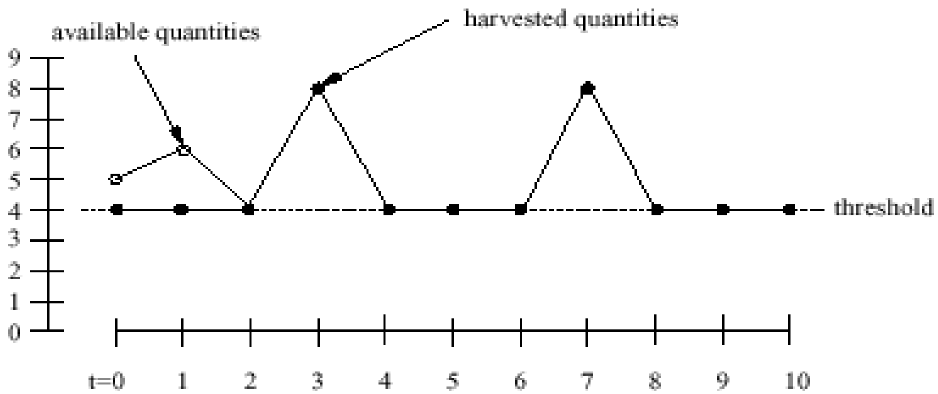
et x_0 = [2 6 5 3 4]'

$\underline{h}^{max}(x_0) = 3.5$

Approche par la viabilité

- **Illustration: importance de lint roduction da léas (même faibles) sur le régime obtenu à l'∝: périodique versus stationnaire**

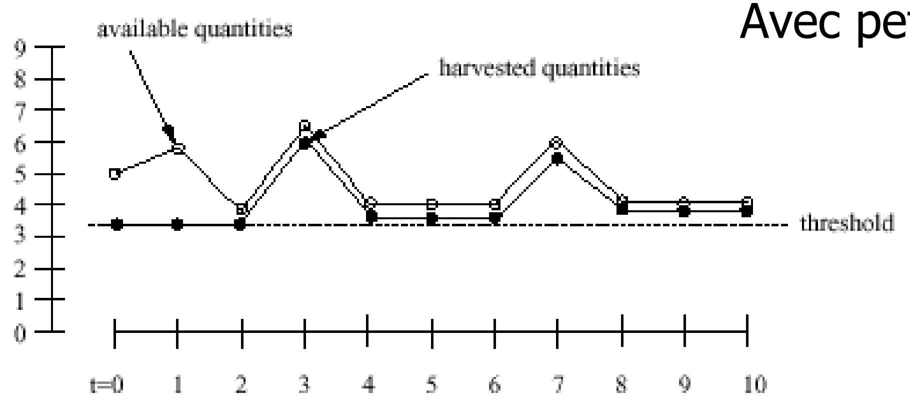
Sans aléa; solution périodique



t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_5	2.0	1.0	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
x_4	3.0	5.0	2.0	8.0	4.0	4.0	4.0	8.0	4.0	4.0	4.0
x_3	5.0	2.0	8.0	4.0	4.0	4.0	8.0	4.0	4.0	4.0	8.0
x_2	2.0	8.0	4.0	4.0	4.0	8.0	4.0	4.0	4.0	8.0	4.0
x_1	8.0	4.0	4.0	4.0	8.0	4.0	4.0	4.0	8.0	4.0	4.0
h	4.0	4.0	4.0	8.0	4.0	4.0	4.0	8.0	4.0	4.0	4.0

Figure 1: Simulations with $\underline{h} = 4$ and maximal sustainable harvesting policy.

Avec petits aléas; convergence asymptotique



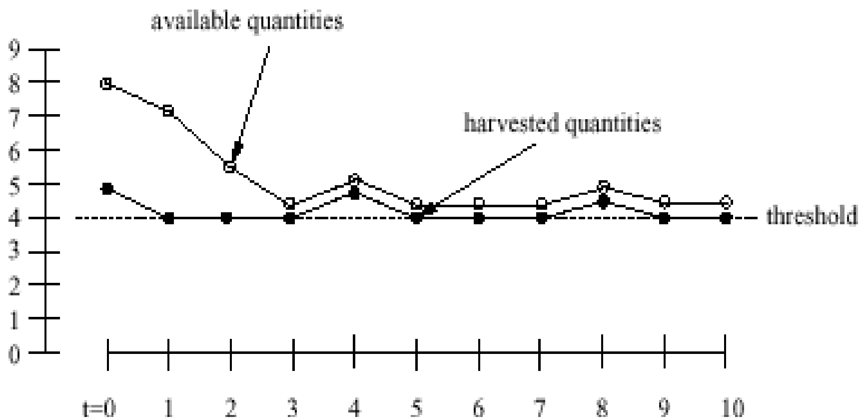
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$+\infty$
x_5	2.0	1.2	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	→	0.0
x_4	3.0	4.6	1.7	6.4	4.0	4.0	4.0	6.0	4.0	4.0	4.0	→	4.5
x_3	5.0	1.9	7.0	4.2	4.2	4.2	6.4	4.4	4.3	4.3	6.0	→	4.8
x_2	2.0	7.4	4.5	4.5	4.5	6.9	4.7	4.7	4.7	6.4	4.8	→	5.2
x_1	8.0	4.9	4.9	4.9	7.4	5.0	5.0	5.0	7.0	5.2	5.2	→	5.6
h	3.5	3.5	3.5	6.0	3.6	3.6	3.6	5.5	3.8	3.8	3.8	→	4.2

Figure 5: Simulations with $\underline{h} = 3.5$ and maximal sustainable harvesting policy.

Approche par la viabilité

- **Régime maximisant les récoltes et régime inertiel:**

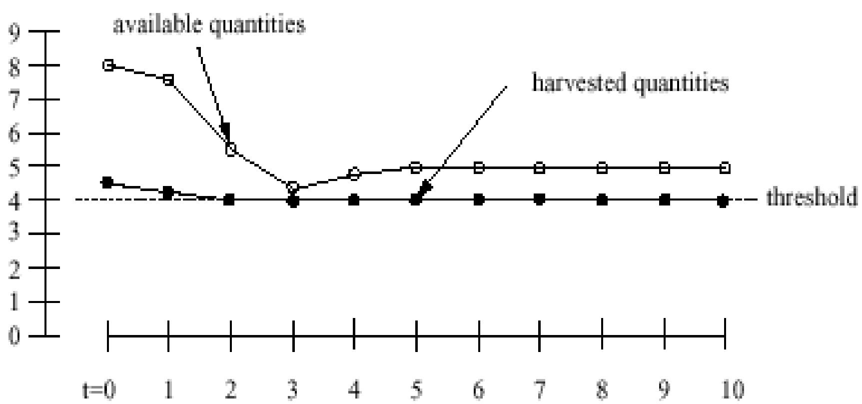
Convergence asymptotique



t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		$+\infty$
x_5	2.0	2.7	2.9	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	$\rightarrow$	0.0
x_4	6.0	4.6	2.6	3.2	5.0	4.3	4.3	4.3	4.8	4.4	4.4	$\rightarrow$	4.5
x_3	5.0	2.8	3.5	5.3	4.7	4.7	4.7	5.2	4.7	4.7	4.7	$\rightarrow$	4.8
x_2	3.0	3.7	5.7	5.0	5.0	5.0	5.5	5.0	5.0	5.0	5.5	$\rightarrow$	5.2
x_1	4.0	6.1	5.4	5.4	5.4	6.0	5.4	5.4	5.4	5.9	5.5	$\rightarrow$	5.6
h	4.7	4.0	4.0	4.0	4.6	4.0	4.0	4.0	4.5	4.0	4.0	$\rightarrow$	4.2

Figure 7: Simulations with $\underline{h} = 4$ and maximal sustainable harvesting policy.

Stationnarité en temps fini



t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_5	2.0	3.0	2.9	1.0	0.0	0.4	0.6	0.6	0.6	0.6	0.56
x_4	6.0	4.6	2.6	3.2	4.7	4.5	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3
x_3	5.0	2.8	3.5	5.1	4.8	4.7	4.7	4.7	4.7	4.7	4.7
x_2	3.0	3.7	5.5	5.2	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
x_1	4.0	6.0	5.6	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4	5.4
h	4.5	4.2	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0

Figure 8: Simulations with $\underline{h} = 4$ and inertial sustainable harvesting policy.

Approche par la viabilité

Suite de l’exemple précédent:

Trajectoire viable; $e(t) \geq 2$; comportement de type glouton

temps	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_1(t)$	8.0	1.0	0.0	5.0	2.0	2.0	5.0	2.0	2.0	5.0	2.0
$x_2(t)$	0.0	8.0	1.0	0.0	5.0	2.0	2.0	5.0	2.0	2.0	5.0
$x_3(t)$	1.0	0.0	8.0	1.0	0.0	5.0	2.0	2.0	5.0	2.0	2.0
$x_4(t)$	0.0	0.0	0.0	3.0	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$e(t)$	1.0	0.0	5.0	2.0	2.0	5.0	2.0	2.0	5.0	2.0	2.0

Commentaires

- **Viabilité: concept plus proche de ce qui est pratiqué. Modélisation très technique. Permet d’aller au-delà de l’intuition, tout en gardant une certaine souplesse dans la gestion:**
  - Exemple: On connaît l’ensemble des décisions qui permettent au système d’être viable. Dans cet ensemble, on choisit la solution en fonction de la recherche de maximisation de tel ou tel aspect, ou par exemple dans le cadre d’une stratégie inertielle…

- **Conclusions qualitatives**

- **Complémentarité des approches optimisation/viabilité**

  Exemples:
  - estimation d’une parcelle, contractualisation: optimisation
  - gestion: viabilité

- **Perspectives**
  - Passer des modèles d’aide à la réflexion à des modèles d’aide à la décision
  - Problèmes d’échelle géographique; à quel niveau rechercher la viabilité
  - Valeur d’une parcelle, coût d’une contrainte en terme de viabilité
  - Parcelles inéquiennes
  - Risques, incertitudes et surprises; temps de crise…